Informationsfusion **WS 17/18**
Übungsaufgaben

Prof. Dr. Ing. Michael Heizmann, Dipl.-Math. Jennifer Sander
Institut für Industrielle Informationstechnik IIIT

Aufgabe 7.1

Gegeben ist der Wahrnehmungsrahmen $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$. Berechnen Sie für das Ereignis $A = \{\omega_1, \omega_2\}$ den Belief $Bel(A)$ und die Plausibilität $Pl(A)$.

Aufgabe 7.2

Gegeben ist der Wahrnehmungsrahmen $\Omega = \{A, B, C\}$. Zwei unabhängige Experten liefern ihre Einschätzungen in Form von Basismaßen wie folgt:

Experte 1: $m_1(A) = 0{,}01$; $m_1(B) = 0{,}99$; $m_1(C) = 0$;
Experte 2: $m_2(A) = 0{,}01$; $m_2(B) = 0$; $m_2(C) = 0{,}99$

a) Berechnen Sie das kombinierte Basismaß $m_{12} = m_1 \oplus m_2$ durch Anwendung der Dempster'schen Kombinationsregel.
b) In welcher Hinsicht ist dieses Resultat nicht intuitiv?
c) Lösen Sie die Fusionsaufgabe, indem Sie das Expertenwissen mittels Bayes'scher Fusion kombinieren. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis nach a).

Aufgabe 7.3

Drei unabhängige Sensoren lassen sich wie folgt gemäß ihrer Zuverlässigkeit charakterisieren:

Sensor	Zuverlässigkeit
S_1	50%
S_2	40%
S_3	40%

Die Menge der möglichen Beobachtungen sei festgelegt durch $\Omega = \{1, \ldots, 1000\}$.

a) Alle Sensoren liefern die Beobachtung 111. Formulieren Sie für diese Situation passende Basismaße m_1, m_2, m_3, welche die drei Sensorbeobachtungen unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeitsangaben repräsentieren. Bestimmen Sie mittels der Kombinationsregel das kombinierte Basismaß m_{123}.
b) S_1 liefert jetzt die Beobachtung 424, S_2 und S_3 liefern beide die Beobachtung 429. Bestimmen Sie das kombinierte Basismaß m_{123}.
c) S_1 liefert nun eine Beobachtung, die in $A_1 := \{421, 422, \ldots, 427\}$ liegt. S_2 und S_3 liefern je eine Beobachtung aus $A_2 := \{426, 427, \ldots, 432\}$. Bestimmen Sie das kombinierte Basismaß m_{123} und vergleichen Sie das Resultat mit Aufgabenteil b).

Dempsters Kombinationsregel (Dempster's rule of combination, DRC):

$$m_1 \oplus m_2(A) := \begin{cases} 0 & \text{für } A = \emptyset \\ \dfrac{\sum_{X,Y: X\cap Y = A} m_1(X)\cdot m_2(Y)}{\underbrace{1-K}_{\text{Normierung}}} & \text{für } A \neq \emptyset \end{cases}$$

mit Konfliktgrad $K := \sum_{X,Y: X\cap Y=\emptyset} m_1(X)\cdot m_2(Y)$

a)

	$m_1(\Omega) = 0{,}5$	$m_1(111) = 0{,}5$
$m_2(\Omega) = 0{,}6$	Ω 0,3	111 0,3
$m_2(111) = 0{,}4$	111 0,2	111 0,2

	$m_{12}(\Omega) = 0{,}3$	$m_{12}(111) = 0{,}7$
$m_3(\Omega) = 0{,}6$	0,18 Ω	111 0,42
$m_3(111) = 0{,}4$	0,12 111	111 0,28

$m_{123} = (m_1 \oplus m_2) \oplus m_3$ Reihenfolge egal

$m_{123}(111)$ 0,82
$m_{123}(\Omega) = 0{,}18$

$\Rightarrow K = 0$ (keine leere Menge)

$m_{12}(111) = 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}3 = 0{,}7$
$m_{12}(\Omega) = 0{,}3$

c)

	$m_1(421..427) = 0{,}5$	$m_1(\Omega) = 0{,}5$
$m_2(426..432) = 0{,}4$	426,427 0,2	426... 432 0,2
$m_2(\Omega) = 0{,}6$	421.. 427 0,3	Ω 0,3

K = 0, keine leere Menge

$m_{12}(426,427) = 0{,}2$
$m_{12}(426...432) = 0{,}2$
$m_{12}(421..427) = 0{,}3$
$m_{12}(\Omega) = 0{,}3$

	$m_{12}(426,427) = 0{,}2$	$m_{12}(426...432) = 0{,}2$	$m_{12}(421..427) = 0{,}3$	$m_{12}(\Omega) = 0{,}3$
$m_3(426..432) = 0{,}4$	426,427 0,08	426... 432 0,08	426,427 0,12	426...432 0,12
$m_3(\Omega) = 0{,}6$	426,427 0,12	426..432 0,12	421..427 0,18	Ω = 0,18

$m_{123}(426,427) = 0{,}32$
$m_{123}(426..432) = 0{,}32$
$m_{123}(421..427) = 0{,}18$
$m_{123}(\Omega) = 0{,}18$

Beispiel
$Pl(426) = \sum m_{123} = 1$
alles was dem nicht widerspricht

Bel(426) = 0, da wir nichts genau über 426 wissen

Bel(A_1) = 0,5
Summe über alles was nur aus A_1 und Teilmengen davon besteht

Aufgabe 7.4

Ein Sensor kann die Werte A, B liefern. Er besitzt eine Zuverlässigkeit von 60%.

Der Sensor macht nun die Beobachtung A. Wie kann man die Wahrscheinlichkeiten für die möglichen Ausprägungen des wahren Werts unter Beachtung der Zuverlässigkeitsangabe innerhalb der Bayes'schen Theorie modellieren (d. h. nicht mittels Dempster-Shafer-Theorie)?

Hinweis: Führen Sie die folgenden Größen ein:
w: wahrer Wert
s: Beobachtung des Sensors
z: Zuverlässigkeit des Sensors

Aufgabe 7.5

In der nachfolgenden Tabelle sind die Zugehörigkeitsfunktionen von vier Sportlern zu den Fuzzy-Mengen ausdauernd, motiviert und kräftig angegeben:

	Sportler 1	Sportler 2	Sportler 3	Sportler 4
ausdauernd	0,4	0,7	0,6	0,2
motiviert	0,2	0,7	0,1	0,5
kräftig	0,8	0,4	0,3	0,9

Berechnen Sie die Zugehörigkeiten der Sportler zu den Fuzzy-Mengen

a) ausdauernd und motiviert und kräftig
b) nicht ausdauernd oder nicht motiviert oder nicht kräftig
c) ausdauernd und nicht ausdauernd
d) ausdauernd oder nicht ausdauernd

Inwieweit unterscheiden sich die Ergebnisse aus c) und d) von der klassischen Mengenlehre?

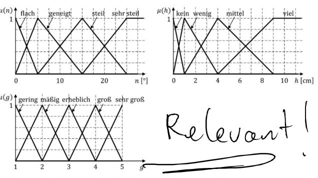
Aufgabe 7.6

Formulieren Sie eine Fuzzy-Version der Verknüpfung A xor B (exklusives oder) mittels der Fuzzy-Operatoren and, or, not und geben sie die Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{A \text{ xor } B}$ an.

Aufgabe 7.7

Zur Abschätzung der Gefahr eines Lawinenabgangs für ein bestimmtes Gebiet wird eine Fuzzy-Fusion verwendet, welche die Erfahrungen der Bewohner dieses Gebiets abbildet. Dazu werden als Eingangsgrößen die Hangneigung n (in Grad) und die Neuschneemenge h der letzten 24 Stunden (in cm) verwendet; als Ausgangsgröße soll die als metrisch skaliert angenommene Gefahrenstufe g (auf einer Skala von 1 (gering) bis 5 (sehr groß)) angegeben

werden. Die Zugehörigkeitsfunktionen für die Ein- und Ausgangsgrößen sind in Bild 8.1 angegeben.



Relevant!!

Bild 8.1: Zugehörigkeitsfunktionen für die Ein- und Ausgangsgrößen

Die Regelbasis zur Ableitung der Lawinengefahr ist:

AND		Hangneigung			
		flach	geneigt	steil	sehr steil
Neuschneemenge	kein	gering	gering	mäßig	mäßig
	wenig	gering	mäßig	erheblich	erheblich
	mittel	mäßig	erheblich	groß	groß
	viel	groß	sehr groß	sehr groß	groß

Die Konklusionen der Regeln sollen mittels Disjunktion kombiniert werden.

a) An einem Tag wird eine Neuschneemenge von 6 cm gemessen. Bestimmen Sie den Zahlenwert der Gefahrenstufe für einen Hang mit einer Neigung von 12,5°. Benutzen Sie bei der Defuzzifizierung die Maximum-Mittelwert-Methode.
b) An einem anderen Tag wird eine Neuschneemenge von 4 cm gemessen. Bestimmen Sie den Zahlenwert der Gefahrenstufe für einen Hang mit einer Neigung von 2,5°. Benutzen Sie bei der Defuzzifizierung das Schwerpunktsverfahren.